

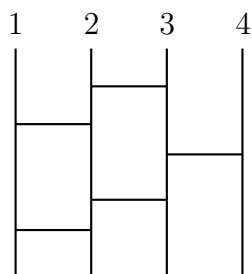
ϕ -room-challenge

März 2019

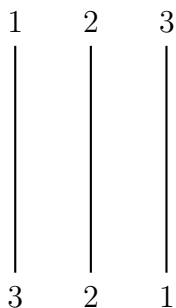
Problem 1

Im Leiterli-Spiel geht es darum, die oben stehenden Zahlen anhand der folgenden Regeln ans untere Ende zu verschieben:

- Verschieben Sie die Zahlen entlang der vertikalen Stangen nach unten; eine Aufwärtsbewegung ist nicht erlaubt.
 - Wenn eine Zahl auf eine Querstange trifft, MUSS diese Zahl entlang dieser Querstange verschoben werden; eine anschließende Rückwärtsbewegung ist nicht erlaubt.
 - Alle Querstangen befinden sich auf unterschiedlichen Höhen.
- a) Bei der folgenden Leiter werden die oben stehenden Zahlen gemäß den beschriebenen Regeln nach unten verschoben. Unter welcher Stange kommen dann die vier Zahlen je zu liegen?

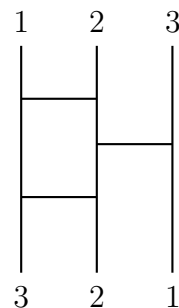


b) Aufgabe

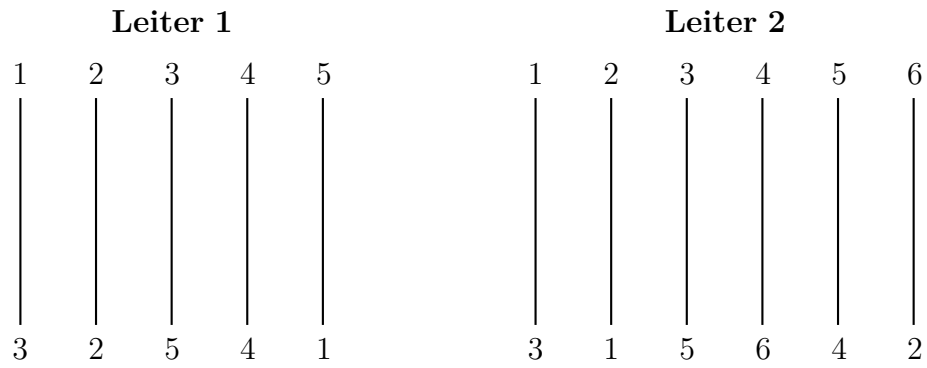


In der Figur links fehlen die Querstangen, allerdings ist die Zahlenfolge am unteren Ende bekannt. Aufgabe war es, Querstangen so einzufügen, dass die untere Zahlenfolge entsprechend der Regeln aus der oberen Zahlenfolge entsteht. In der Figur rechts ist eine Lösung mit drei Querstangen dargestellt. Begründen Sie, warum es keine Lösung mit weniger als drei Querstangen gibt.

Eine Lösung



- c) Zeichnen Sie in „Leiter 1“ und „Leiter 2“ Querstangen so ein, dass die vorgegebenen Zahlen oben und unten gemäß der Regeln richtig verbunden werden können. Finden Sie jeweils eine Lösung mit möglichst wenig Querstangen. Begründen Sie jeweils, warum weniger Querstangen nicht reichen.



Solution 1

- a) 4, 3, 1, 2
- b) Eine Querstange einzufügen vertauscht zwei Zahlen, welche in der Zahlenfolge nebeneinander liegen (Bubble sort). Man braucht also zwei Querstangen um die 1 an die letzte Stelle zu bewegen, wodurch aber die 2 und die 3 noch nicht am richtigen Platz landen. Wir benötigen deshalb mindestens 3 Querstangen.
- c) Wir zählen die Missstände in der Zielreihenfolge. Ein Missstand ist dabei ein Paar von Zahlen die oben in einer anderen Reihenfolge auftreten als unten. Jede Querstange behebt im günstigsten Fall einen Missstand, wenn sie bei einem solchen Paar die richtige Reihenfolge herstellt, indem die beiden Zahlen vertauscht werden. Bei „Leiter 1“ haben wir die 6 Missstände $(1, 2)$, $(1, 3)$, $(1, 4)$, $(1, 5)$, $(2, 3)$ und $(4, 5)$, es sind deshalb mindestens 6 Querstangen nötig. Bei „Leiter 2“ haben wir die 7 Missstände $(1, 3)$, $(2, 3)$, $(2, 4)$, $(2, 5)$, $(2, 6)$, $(4, 5)$ und $(4, 6)$, womit wir mindestens 7 Querstangen benötigen. Zudem lässt sich in beiden Fällen eine solche Leiter mit 6 bzw. 7 Querstangen auch tatsächlich bauen.