ϕ-room-challenge

Mai 2019

Problem 3
Kerstin und Marion vereinbaren das folgende Spiel:
Kerstin nimmt genau sechs Schnüre gleicher Länge in ihre linke Hand und schließt diese zu einer Faust, so dass an beiden Seiten ihrer Faust von jeder Schnur je ein Ende herausragt. Marion wird aufgefordert, auf jeder Seite je zwei lose Enden miteinander zu verknüpfen. Stellt sich beim Öffnen der Faust heraus, dass die Schnüre einen einzigen „Ring" bilden, so hat Marion gewonnen, anderenfalls hat Kerstin gewonnen.
Wer von beiden hat die größeren Gewinnchancen?
Stellen Sie dazu folgende Überlegungen an:

a) Wie viele verschiedene Möglichkeiten m gibt es überhaupt, die Schnurenden zu verknüpfen?

b) In wie vielen Fällen r erhält man einen einzigen Ring?

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit w, dass ein einziger Ring entsteht?

Bemerkung: w ist definiert als $\frac{r}{m}$, wobei m und r in a) und b) erklärt sind.
Marion hat größere Gewinnchancen als Kerstin, wenn $w > \frac{1}{2}$ ist. Beide haben gleiche Gewinnchancen, wenn $w = \frac{1}{2}$ ist.

Solution 3

a) Die Enden seien auf einer Seite gemäß der Aufgabe verbunden. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit nennen wir die verbundene Schnüre so, dass 1 mit 2, 3 mit 4, 5 mit 6 verbunden sind. Auf der anderen Seite hat man für das erste Ende fünf Möglichkeiten der Verbindung. Danach kann eines der vier freien Enden mit irgendeinem der drei anderen Enden verbunden werden. Für die restlichen zwei Enden bleibt nur noch eine Möglichkeit. Die Zahl der möglichen Fälle ist also $n = 5 \cdot 3 \cdot 1 = 15$.

b) Verknüpfung auf der einen Seite wie unter a). Als Resultat kann dann und nur dann ein einziger Ring entstehen, wenn auf der anderen Seite 1 mit 3, 4, 5 oder 6 verknüpft wird.
Nehmen wir an, dass 1 mit 3 verknüpft ist. In diesem Fall entsteht genau dann ein einziger Ring, wenn 2 mit 5 oder 6 verbunden wird. Entsprechend gibt es in jedem der anderen Fälle - nämlich dass 1 mit 4, 5 oder 6 verbunden ist - genau zwei Möglichkeiten, einen einzigen Ring zu erzeugen. Die Zahl der günstigen Fälle, in denen ein einziger Ring entsteht, ist daher $r = 4 \cdot 2 = 8$.

c) Die Wahrscheinlichkeit ist $w = \frac{r}{n} = \frac{8}{15} = 0,533...$
Marion hat also die größeren Gewinnchancen.